



Modélisation semi déterministe de la migration latérale de chenaux élémentaires dans un complexe turbiditique

Sébastien DUCOS

Rapport de stage effectué dans le cadre du Master I.M.O.I

Année 2004-2005



Responsable de la formation : Simplicie DOSSOU-GBETE
Maître de stage : Richard LABOURDETTE

Résumé

Basé sur la production de champs constitués de dépôts turbiditiques, il ne fait plus de doute que le comportement de l'écoulement du fluide est plus complexe que prévu. Cette complexité est en partie due à des hétérogénéités sédimentaires, ce qui complique les caractéristiques du réservoir, particulièrement dans les complexes chenalisants turbiditiques présentant une organisation de type LOSC (*Laterally Offset Stacked Channel - Accumulation Latérale de Sets de Chenaux*). L'architecture spécifique, restituée via la sismique haute résolution, est constituée de la migration, à la fois latérale et verticale, d'un chenal sinueux individuel.

L'approche proposée ici vise à réaliser, à partir de la connaissance de sa position terminale dans le complexe, des simulations permettant de reproduire de manière aussi réaliste que possible les étapes successives de l'évolution spatiale d'un chenal à travers le temps.

La méthode retenue pour mener à bien cette modélisation se décompose en deux étapes. La première consiste à approcher la position finale du chenal par une courbe B-spline quadratique, dont les points de définition seront déterminés à partir des points de passage réels du chenal dans sa phase terminale. Il s'agira dans un second temps de définir un déplacement pour chacun de ces points de contrôle, de sorte à obtenir une déformation progressive et continue de la courbe initiale, et qui soit susceptible de coïncider avec les différents états du chenal au cours de sa migration.

Mots clés : chenaux, migration, simulation, splines, turbidites.

A travers ces quelques lignes, je tiens à remercier en premier lieu Richard Labourdette, mon maître de stage, pour sa disponibilité et pour son ouverture d'esprit.

De même, je remercie Patrice Imbert qui a toujours répondu avec beaucoup de spontanéité et d'enthousiasme à chacune de mes questions, et Peppino Terpollili qui a pris le temps de se pencher sur la problématique posée.

Mes remerciements s'adressent également aux quelques personnes de l'extérieur qui ont pris soin de répondre à mes messages électroniques dans la première partie de mon stage, lorsque je cherchais des références pour acquérir les connaissances mathématiques nécessaires à la réalisation du travail demandé : Luca Amodei, Marc Daniel, David Coeurjolly et Eric Saux, qui m'a fait gracieusement parvenir un exemplaire de sa thèse.

Merci aussi à Tarik, mon camarade de stage, qui nous a un peu sauvé la vie le jour où il a découvert l'ouvrage traitant des courbes de Bézier, des B-spline et des NURBS à la Bibliothèque Universitaire des Sciences.

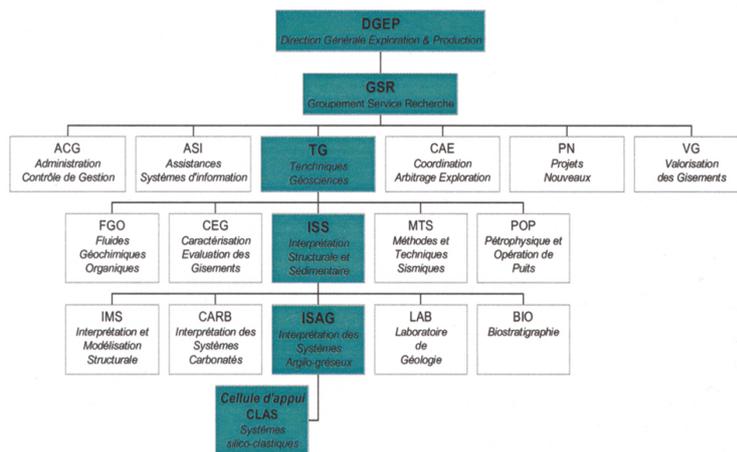
Merci enfin aux autres stagiaires qui ont su m'éclairer dans ce vaste domaine que représente la géologie, et qui ont chacun apporté leur petite contribution à la rédaction de ce document : Stéphanie, Caroline (merci aussi pour la relecture du rapport), Anne, Samuel, Arnaud, Pierre, Bruno...

La compagnie Total est issue de l'évolution de la Compagnie Française des Pétroles fondée en 1924. Depuis sa création, le groupe a fait l'objet de deux grandes fusions : en 1999, Total fusionne avec Petrofina et prend le nom de TotalFina. En 2000, TotalFina fusionne avec Elf Aquitaine et devient alors TotalFinaElf. Enfin, en mai 2003, TotalFinaElf change de nom et devient Total. Le groupe se place aujourd'hui au quatrième rang mondial.

La compagnie compte plus de 111.000 collaborateurs et s'articule autour de trois pôles principaux :

- le secteur Amont, qui comprend les activités d'exploration, de développement et de production, ainsi que des activités dans le domaine du charbon, de l'électricité et du gaz ;
- le secteur Aval, qui est notamment responsable de l'achat et de la commercialisation du pétrole ;
- le secteur Chimie, qui comprend la chimie de base et les grands polymères (raffinage, caoutchouc, résine, ...).

C'est dans le cadre de ma deuxième année de Master à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour que j'ai pu effectuer un stage de fin d'études au sein du département d'Interprétation Sédimentaire et Structurale (ISS) appartenant au secteur Amont. L'ISS représente environ 120 employés et comprend plusieurs services (cf. organigramme ci-dessous) dont celui d'Interprétation des Systèmes Gréseux. Les domaines d'activité de ce service sont la compréhension, la caractérisation et l'exploitation des réservoirs silico-clastiques, qu'ils soient en cours d'exploitation, en exploitation, ou à découvrir.



Structure de la Direction Générale Exploration et Production.

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Contexte géologique et problématique | 7 |
| 1.1 | Présentation du contexte | 7 |
| 1.1.1 | Généralités sur les chenaux | 7 |
| 1.1.2 | Structure d'un complexe turbiditique | 8 |
| 1.1.3 | Transport des matériaux | 8 |
| 1.1.4 | Courants de turbidité | 9 |
| 1.1.5 | Cône sous-marin profond | 9 |
| 1.1.6 | Turbidites anciennes | 9 |
| 1.2 | Problématique associée | 10 |
| 1.2.1 | Caractérisation sismique | 10 |
| 1.2.2 | Description de la migration d'un chenal | 10 |
| 1.2.3 | Définition de la problématique | 12 |
| 2 | Outils et méthodes | 13 |
| 2.1 | Outils mathématiques | 13 |
| 2.2 | Outils informatiques | 13 |
| 3 | Solutions proposées et résultats obtenus | 14 |
| 3.1 | Description des données | 14 |
| 3.2 | Approximation de la courbe centrale associée au <i>plug</i> | 15 |
| 3.2.1 | Méthodologie adoptée | 15 |
| 3.2.2 | Résultats obtenus | 16 |
| 3.3 | Déformation de la courbe pour simuler la migration du chenal | 19 |
| 3.3.1 | Approche retenue | 19 |
| 3.3.2 | Approches infructueuses | 25 |
| 3.3.3 | Résultats obtenus | 26 |
| 4 | Difficultés rencontrées et améliorations futures | 28 |
| 4.1 | Difficultés rencontrées | 28 |
| 4.1.1 | Sensibilité des résultats aux paramètres | 28 |
| 4.1.2 | Longueur des calculs | 28 |
| 4.2 | Améliorations futures | 28 |
| 4.2.1 | Automatisation des tâches | 29 |
| 4.2.2 | Optimisation des calculs | 29 |
| 4.2.3 | Ajout d'une composante aléatoire dans la simulation | 30 |
| 4.2.4 | Possibilité de généralisation de la méthode | 30 |
| 5 | Conclusion | 30 |

Table des figures

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Schéma d'un ensemble de chenaux à bonne connectivité | 7 |
| 2 | Vue aérienne d'un chenal méandriforme | 8 |
| 3 | Morphologie d'une marge continentale passive | 8 |
| 4 | Structure d'un cône sous-marin profond | 9 |
| 5 | Exemple d'image sismique d'un complexe turbiditique | 10 |
| 6 | Migration latérale observée sur une image sismique | 11 |
| 7 | Aggradation verticale observée sur une image sismique | 11 |
| 8 | Détection de 4 phases du chenal par interprétation d'images sismiques | 12 |
| 9 | Exemple actuel de simulation 3D d'une séquence de chenaux | 12 |
| 10 | Représentation des 16 stades du chenal dans sa migration | 15 |
| 11 | Meilleure approximation obtenue du <i>plug</i> : $k=4$, $m=14$ | 17 |
| 12 | Approximation du <i>plug</i> pour $k=1$ et $m=1$ (130 points de contrôle) | 18 |
| 13 | Approximation du <i>plug</i> pour $k=1$ et $m=14$ (130 points de contrôle) | 18 |
| 14 | Approximation du <i>plug</i> pour $k=5$ et $m=14$ (33 points de contrôle) | 19 |
| 15 | Approximation du <i>plug</i> pour $k=14$ et $m=4$ (17 points de contrôle) | 19 |
| 16 | Zoom sur les points du <i>plug</i> relevés par la sismique | 23 |
| 17 | Rééchantillonnage de la courbe précédente | 23 |
| 18 | Approximation de la ligne centrale du complexe | 25 |
| 19 | Migration simulée pour une distance de référence de 700m | 27 |
| 20 | Migration simulée pour une distance de référence de 3000m | 27 |

1 Contexte géologique et problématique

1.1 Présentation du contexte

1.1.1 Généralités sur les chenaux

Les chenaux sont des sillons allongés, creusés par un courant dans un dépôt en cours de sédimentation ; leur étude est motivée par le fait qu'ils transportent des éléments gréseux plus ou moins grossiers, susceptibles de s'accumuler pour constituer à terme un réservoir potentiel. Les chenaux constituent donc généralement de bons réservoirs, pour peu qu'ils présentent une connectivité (*stacking*) suffisamment bonne (voir Figure 1) et que le sable qu'ils renferment soit suffisamment propre¹.

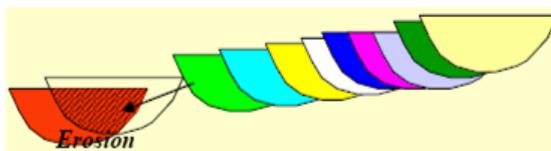


FIG. 1 – Schéma d'un ensemble de chenaux à bonne connectivité

La classification courante retient en fait trois principaux types de chenaux, selon leur sinuosité et le nombre de bancs ou îles qui les divisent ; la sinuosité d'un chenal, liée à l'énergie du milieu de dépôt, va directement déterminer la géométrie des corps réservoir². On distingue ainsi :

- les *chenaux rectilignes* (chenal unique à faible sinuosité) rarement observés dans la nature ;
- les *chenaux en tresse* (chenaux multiples à faible sinuosité) caractérisés par un chenal principal ou central à l'intérieur duquel de plus petits chenaux dessinent un motif complexe autour de petits îlots ;
- les *chenaux en méandres* ou *méandriformes* (chenal unique à sinuosité élevée) constituant des formes évoluées de chenaux sinueux ; les bancs alternes et mobiles du chenal sinueux se transforment, avec l'augmentation de la courbure, en barres de méandres (*point bar*) fixes.

Les chenaux que l'on considèrera tout au long de ce travail sont de type méandriforme, présentant donc une forte sinuosité arrondie et régulière décrite par un cours d'eau ; un exemple de cette catégorie de chenaux peut être visualisé sur la Figure 2. Dans les rivières méandriformes, les sables s'accumulent sous forme de barres de méandres (*point bars*) ; ces dépôts se forment avec l'accumulation de sables ou conglomérats le long des rives convexes des méandres. Les méandres forment généralement des séries, qui ont tendance à migrer et à se recouper. Sous la migration latérale du chenal méandriforme, les dépôts sableux sont amenés

¹Un sable sera jugé d'autant plus propre que les quantités de boue et d'argile avec lesquelles il est mélangé seront faibles ; ces deux éléments ont en effet tendance à faire diminuer sa porosité, ce qui nuit à la qualité du pétrole, au point de pouvoir rendre celui-ci inexploitable.

²La sinuosité d'un chenal aura en effet tendance à être d'autant plus faible que l'énergie potentielle du cours d'eau sera forte.

à suivre un mouvement similaire, qui est à l'origine d'accumulations sableuses relativement étendues.



FIG. 2 – Vue aérienne d'un chenal méandriforme

Enfin, il est important de noter que les chenaux sur lesquels on sera amenés à travailler ont été observés en milieu marin profond, ce qui implique qu'ils sont confinés au sein d'une structure bien particulière, connue sous le nom de complexe turbiditique.

1.1.2 Structure d'un complexe turbiditique

Comme le montre la Figure 3, le talus borde l'extrémité distale de la plate-forme. Il est généralement entaillé par des canyons sous-marins par lesquels transitent les matériaux qui sont épandus sur le glacis et la plaine abyssale.

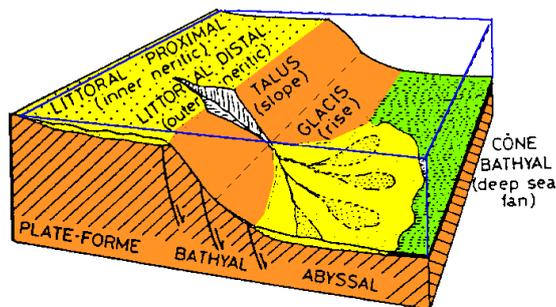


FIG. 3 – Morphologie d'une marge continentale passive

1.1.3 Transport des matériaux

Les matériaux proviennent de la plate-forme continentale, et les sédiments détritiques issus du continent ou les carbonates produits par les organismes biologiques s'y accumulent. Tout ce déséquilibre déclenche un déplacement gravitaire dans le glacis. Les mouvements gravitaires sont de plusieurs types, parmi lesquels les courants de turbidité, sous la forme de nuages d'eau chargés de

matériaux de la taille des graviers, sables et argiles. De tels déplacements de matériaux sont à l'origine d'une érosion plus ou moins prononcée du talus.

1.1.4 Courants de turbidité

La majeure partie des matériaux est transportée par ce mécanisme. Les courants parcourent plusieurs dizaines de kilomètres en se déplaçant à une vitesse de l'ordre de plusieurs dizaines de km/h. Ils produisent alors une érosion par aspiration à l'avant, puis un dépôt après leur passage. Les plus gros éléments sont déplacés sur le fond par traction, les autres particules restant en suspension.

1.1.5 Cône sous-marin profond

Les matériaux transportés par les courants de turbidité s'accumulent en bas du talus pour former un cône sous-marin (*deep sea fan*) dont la structure est détaillée au niveau de la Figure 4. Les courants suivent des chenaux, et les dépôts forment des lobes. Les éléments grossiers se déposent en amont, dans la partie proximale du cône, les particules fines en aval, dans la partie distale.

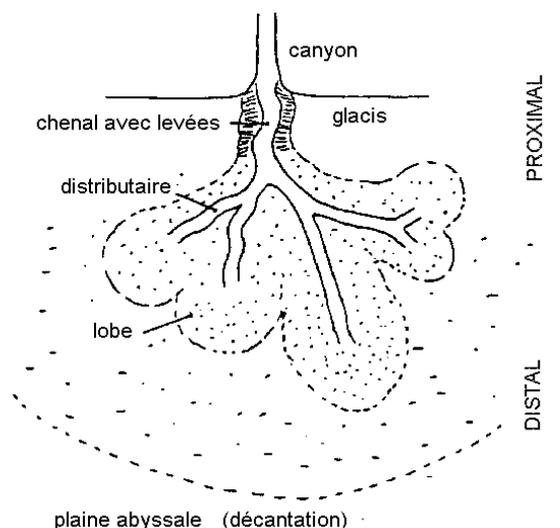


FIG. 4 – Structure d'un cône sous-marin profond

1.1.6 Turbidites anciennes

Les turbidites se déposent au pied de toutes les marges continentales ; elles ont pu être bien étudiées par sondage sismique, sonar et carottage. L'accumulation de turbidites est particulièrement importante dans les zones orogéniques. Les montagnes plissées sont en partie constituées de séries turbiditiques de plusieurs milliers de mètres d'épaisseur.

1.2 Problématique associée

1.2.1 Caractérisation sismique

Les données obtenues grâce à la sismique 3D haute résolution (environ 65 Hz) permettent une reconnaissance et une cartographie détaillée des architectures internes des chenaux. Les coupes horizontales de complexes mettent en évidence une forme de sinuosité modérée à élevée, comme on peut le voir sur la Figure 5.

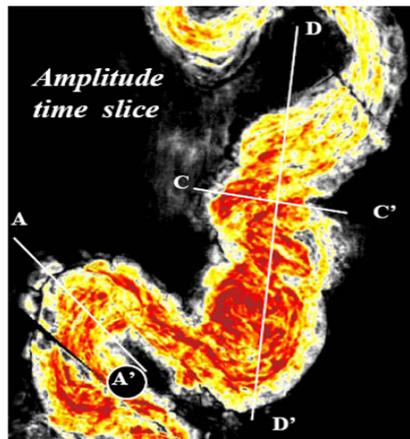


FIG. 5 – Exemple d'image sismique d'un complexe turbiditique

Les amplitudes aux couleurs les plus vives, dans la partie intérieure, sont associées aux réflexions sismiques observées sur les profils sismiques verticaux. En général, les réflexions sont parallèles à la courbe intérieure de la dernière position du chenal.

Chaque réflexion sismique inclinée est interprétée comme la position du bord intérieur du chenal en cours de migration. Les ensembles de réflexion représenteraient l'enregistrement de la migration latérale et vers l'aval du chenal, chaque réflexion correspondant à des dépôts de lits d'accrétion dans la partie intérieure des bords de chenaux, formant des LOSCs.

1.2.2 Description de la migration d'un chenal

Tous les cours d'eau ont la potentialité de migrer latéralement, par le fait qu'un écoulement chenalisé exerce une contrainte de cisaillement sur son encaissant. La migration latérale du système fluvial est due à une contrainte qui conduit à l'érosion progressive d'une ou des berges du chenal. Les principales caractéristiques des systèmes de chenaux confinés sont les suivantes :

- ce sont de longs dispositifs, larges de 1 à 5 km, d'une épaisseur pouvant atteindre 200 mètres, et mesurant au moins plusieurs dizaines de kilomètres.
- ils sont confinés au sein même d'un complexe,
- basés sur des données de puits, les réservoirs de grès dans ces complexes chenalisés sont dominés par de fortes concentrations en turbidites et en dépôts clastiques.

- ils présentent une évolution spatiale et temporelle qui s'exprime par une décroissance verticale et une accréation latérale des complexes, auxquelles s'ajoute une sinuosité de plus en plus prononcée vers le dessus des systèmes de chenaux individuels confinés.

Les chenaux individuels qui s'empilent pour former le LOSC sont larges de 200 à 300 mètres et présentent des épaisseurs variant de 15 à 25 mètres. L'architecture générale du complexe est le résultat de cycles successifs d'érosion et de construction de chenaux sinueux individuels, migrant vers l'aval, perpendiculairement à la direction de l'écoulement (une dizaine de cycles environ).

Deux architectures distinctes ressortent, avec des possibles implications pour les caractéristiques réservoir, selon que les hétérogénéités des chenaux sont préservées ou non :

- Migration latérale (cf. Figure 6) : la migration est uni-directionnelle ; l'entité générale est large de 500 à 1000 mètres et d'une épaisseur de 15 à 25 mètres.

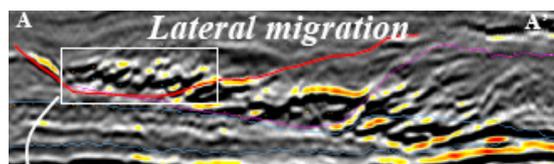


FIG. 6 – Migration latérale observée sur une image sismique

- Aggradation verticale (cf. Figure 7) : la séquence est le résultat d'un ou plusieurs épisodes de migration antérieure et en avant. L'entité générale est large de 300 à 1000 mètres et d'une épaisseur de 25 à 30 mètres.

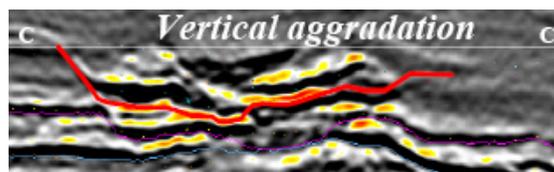


FIG. 7 – Aggradation verticale observée sur une image sismique

L'analyse détaillée de la direction de migration met en évidence une nette différence entre l'accrétion latérale fluviale classique et la migration latérale turbiditique. Ces deux phénomènes définissent ainsi une évolution particulièrement structurée du chenal au sein du complexe, comme on peut le constater sur la Figure 8. Cette interprétation est relative à la reconnaissance de quatre stades du chenal de la Figure 5 au cours de sa migration.

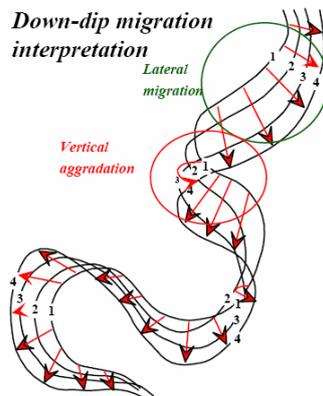


FIG. 8 – Détection de 4 phases du chenal par interprétation d’images sismiques

1.2.3 Définition de la problématique

Etant donné que ces chenaux présentent donc un intérêt relativement important d’un point de vue pétrolier, leur localisation n’en est que plus déterminante. Or, pour de nombreux complexes renfermant une organisation latérale de chenaux, il est fréquent que l’on parvienne à détecter seulement le dernier chenal apparu dans le temps³. Ceci s’explique par le fait que, contrairement aux autres chenaux qui contiennent du pétrole, celui-ci est rempli d’argile, ce qui le rend généralement plus facilement détectable grâce aux récents progrès qui ont vu le jour dans le domaine de la sismique haute résolution.

A l’heure actuelle, les logiciels offrent la possibilité de réaliser des simulations de chenaux à l’intérieur même d’un complexe. Le problème est que les différentes simulations sont réalisées aléatoirement, et donc de manière totalement indépendante les unes des autres. Ainsi, comme on peut le constater sur l’exemple associé à la Figure 9, de telles simulations ne s’agencent selon aucune règle, et ne définissent par conséquent aucune structure particulière.

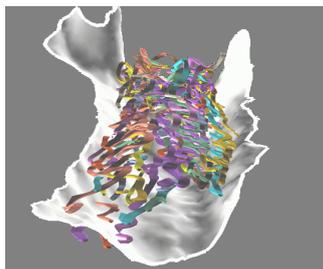


FIG. 9 – Exemple actuel de simulation 3D d’une séquence de chenaux

³Ou bien, dit de manière plus rigoureuse, la dernière position du chenal relevée au cours de sa migration.

L'objectif de notre travail va donc consister à considérer le dernier chenal formé dans le temps, afin de tenter de remonter progressivement, et de manière organisée, vers les épisodes antérieurs successifs, qui ne peuvent quasiment jamais être restitués avec les moyens techniques actuels.

2 Outils et méthodes

2.1 Outils mathématiques

Le modèle qui a été retenu afin d'apporter une réponse à la problématique posée est celui des courbes B-splines. Ce modèle est en réalité dérivé d'un autre modèle : le modèle de Bézier, du nom de l'ingénieur français Pierre Bézier.

C'est au sein du bureau d'études du constructeur automobile Renault que Bézier a proposé une modélisation spécifique pour concevoir les différents éléments d'une voiture; ce modèle constitue en fait un moyen interactif pour concevoir les formes en utilisant l'outil informatique. A la suite de communications scientifiques, les courbes de Bézier ont fini par s'imposer comme un des modèles de base dans les nombreux logiciels de conception assistée par ordinateur, utilisés dans des domaines aussi divers que la mécanique, l'aéronautique, l'automobile, le design, les polices de caractères, etc. . .

Dans la problématique qui est la nôtre, il aurait été tout aussi bien envisageable d'avoir recours à une modélisation basée sur les courbes de Bézier qu'à une modélisation B-spline. Ceci étant, ce dernier modèle présente certaines propriétés faisant de celui-ci un candidat plus intéressant.

Quelle que soit la modélisation considérée - Bézier ou B-spline - l'idée reste de toute façon la même : il s'agit de définir une courbe à partir d'un ensemble de points, appelés points de contrôle; l'ensemble de ces points de contrôle est appelé polygone de contrôle de la courbe. L'idée consiste ensuite à considérer l'ensemble des points de la courbe recherchée comme barycentres de ses différents points de contrôle, en vue d'en tirer une équation pour la courbe.

La différence pouvant apparaître comme la plus notable entre les deux modélisations réside dans le fait que, si tout point d'une courbe de Bézier est défini à partir de tous ses points de contrôle, ce n'est pas le cas des points de courbes B-spline, dans la mesure où celles-ci sont en fait des courbes composites de courbes. . . de Bézier.

2.2 Outils informatiques

Les programmes informatiques relatifs à ce projet ont été écrits dans le langage de programmation orienté-objet C++. Il a donc fallu définir dans un premier temps un certain nombre de classes, pour pouvoir ensuite créer les objets nécessaires à la réalisation du travail. Ont donc été définies les classes Point, Vecteur-2d, Segment, Droite, Polygone, Tableau de Segments, Tableau de Polygones, Vecteur et Tableau de Vecteurs, avec les constructeurs et les méthodes qui leur sont associées. Ce travail préliminaire a permis la création

de tout un ensemble de fonctions qui manipulent des objets appartenant aux classes précédemment définies.

Par ailleurs, les graphiques relatifs aux résultats obtenus et qui illustrent ce document ont été réalisés à l'aide du logiciel libre Gnuplot, qui permet de tracer des éléments géométriques de manière relativement souple à travers des lignes de commande. Enfin, le présent rapport a été écrit à l'aide du traitement de texte L^AT_EX.

3 Solutions proposées et résultats obtenus

Le travail qui sera expliqué ici fait donc principalement appel à de la modélisation géométrique, et a été développé avec le langage C++. Mais avant de rentrer directement dans le vif du sujet, nous allons, avant tout autre chose, exposer un aperçu des données mises à disposition pour mener à bien cette tâche.

3.1 Description des données

Les données que l'on a à traiter correspondent à quinze positions du chenal relevées au cours de sa migration, ces positions étant repérées par leurs courbes centrales respectives, de la situation la plus ancienne (identifiée comme étant le chenal n° 1, *a priori* le moins sinueux) à la plus récente (chenal n° 16, le *plug*, rempli d'argile). On ne connaît pas en revanche la localisation du chenal n° 4, mais ce manque d'information ne sera pas préjudiciable pour la suite.

Techniquement, on dispose donc de quinze fichiers texte (obtenus après modification de fichiers au format pl), chacun de ces fichiers étant associé à l'une des positions du chenal dans le temps ; chaque ligne de ces fichiers correspond en fait aux coordonnées d'un point de passage du chenal pour la position considérée⁴. Ces données peuvent être visualisées sur la Figure 10. Par ailleurs, outre les différentes positions du chenal dans le temps, on dispose également des deux limites du complexe (épaisseur 20 m) stockées de la même manière sous forme de fichiers texte.

⁴Etant donné que l'on travaille pour le moment en 2D, on considère donc seulement les abscisses et ordonnées respectives des points, pas leurs cotes.

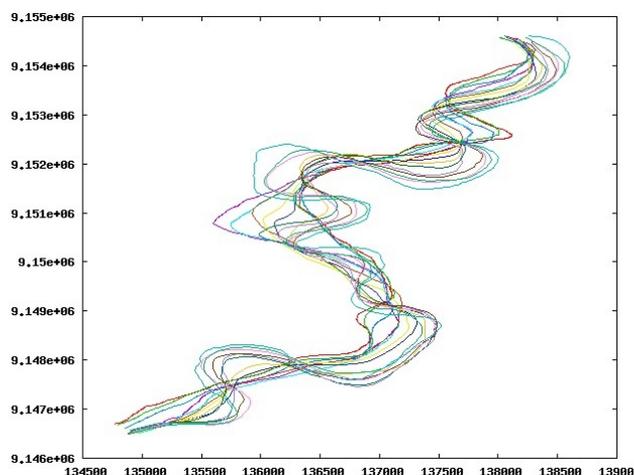


FIG. 10 – Représentation des 16 stades du chenal dans sa migration

Il s'agira donc dans un premier temps d'obtenir une approximation de la courbe centrale associée au dernier chenal par une courbe B-spline de degré 2, en tâchant de déterminer des points de contrôle à partir de la courbe telle qu'elle a été observée.

3.2 Approximation de la courbe centrale associée au *plug*

3.2.1 Méthodologie adoptée

L'idée en vue d'approcher le *plug* par une courbe de type B-spline consiste donc à faire ressortir des points de contrôle, qui permettront alors de spécifier complètement la courbe recherchée ; il aura donc fallu au préalable imaginer un algorithme qui, à partir de la courbe réellement observée, retourne les points de contrôle recherchés. Si la structure générale de l'algorithme qui a été finalement retenue, justifiée par des considérations théoriques qui ne seront pas développées ici, s'est imposée d'elle même, il a été nécessaire d'en imaginer puis de tester différentes variantes possibles, dans la mesure où :

- d'une part, les résultats retournés sont très sensibles car ils sont principalement basés sur des estimations de propriétés caractéristiques de courbes, elles-même particulièrement sensibles à de faibles perturbations dans les données ;
- d'autre part, les calculs font intervenir un nombre non négligeable de paramètres, dont il ne semble absolument pas possible d'estimer de valeurs optimales, et que le nombre grandissant de ces paramètres a la fâcheuse tendance, entre autre, de complexifier l'algorithme sans que les résultats en soient bonifiés pour autant.

C'est la raison pour laquelle il est finalement apparu nécessaire de retenir une version de l'algorithme qui fasse appel à un nombre restreint de paramètres, même si l'on est légitimement en droit d'estimer que ce nombre demeure toujours

trop élevé. De manière très synthétisée, voici donc la manière dont tourne cet algorithme :

- on calcule une estimation de la courbure du *plug* en parcourant séquentiellement les points qui le composent,
- on repère ensuite les points où la courbure change de signe (qui coïncident à peu de chose près avec les points où la courbure est proche de zéro),
- on détermine ensuite les tangentes à la courbe en ces points,
- on en déduit finalement les points d'intersection entre deux tangentes consécutives.

Ce sont alors ces derniers points qui constitueront les points de contrôle de la B-spline recherchée.

Ceci étant, le problème s'avère plus complexe qu'il n'y paraît. Le programme fait ainsi intervenir deux paramètres, respectivement relatifs à l'estimation de la courbure et à celle de la tangente en un point de la courbe. En effet, la courbure en un point est théoriquement définie par $C = ds/d\theta$ où θ désigne l'angle de la tangente à la courbe et s son abscisse curviligne. Mais dans le cadre discret, le point où l'on souhaite calculer la courbure fait appel à d'autres points de la courbe, situés de part et d'autre de sa position. On définit ainsi, pour les points P_i , P_{i-k} et P_{i+k} , la courbure normalisée à l'ordre k au point P_i , et que l'on notera $C_{i,k}$, par :

$$C_{i,k} = \frac{(\overrightarrow{P_{i-k}P_i}, \overrightarrow{P_iP_{i+k}})}{P_{i-k}P_i + P_iP_{i+k}}$$

On procède de même pour le calcul des tangentes ; on va repérer deux points de part et d'autre de la courbe, qui permettront de déterminer respectivement ses tangentes à gauche et à droite au point considéré⁵. Il suffira ensuite de calculer la moyenne de ces deux valeurs pour obtenir une estimation de la tangente au point considéré.

On aura relevé, expérimentalement, que considérer un couple de points très proches du point où l'on souhaite faire les calculs (aussi bien de courbure que de tangente) conduit généralement à de mauvais résultats. Par ailleurs, le fait de considérer des points trop éloignés du point considéré n'a plus de sens, dans la mesure où courbure et tangente sont des caractéristiques locales d'une courbe. Il aura donc fallu, dans un premier temps, tatonner en testant plusieurs valeurs pour les deux paramètres avant d'obtenir une B-spline jugée suffisamment réaliste.

3.2.2 Résultats obtenus

A vue d'œil, la courbe qui se rapproche *a priori* le plus de la réalité a été obtenue pour un ordre de courbure k égal à 4 et un ordre de tangente m égal à 14. Dans ce cas précis, le programme retient 35 points de contrôle distincts⁶ pour

⁵La terminologie de tangentes à gauche et à droite n'est peut-être pas très rigoureuse ici puisque la courbe ne correspond pas au graphe d'une fonction ; deux points distincts peuvent ainsi avoir la même abscisse.

⁶Il y en a 37 au total, car le dernier point de contrôle doit être nécessairement de multiplicité 3, puisque les courbes B-spline qui sont générées sont de degré 2.

définir la B-spline correspondante. La courbe retournée est visible sur la Figure 11 ; le *plug* réel est représenté en rouge, les points de contrôle de la B-spline en vert, et la B-spline associée en bleu.

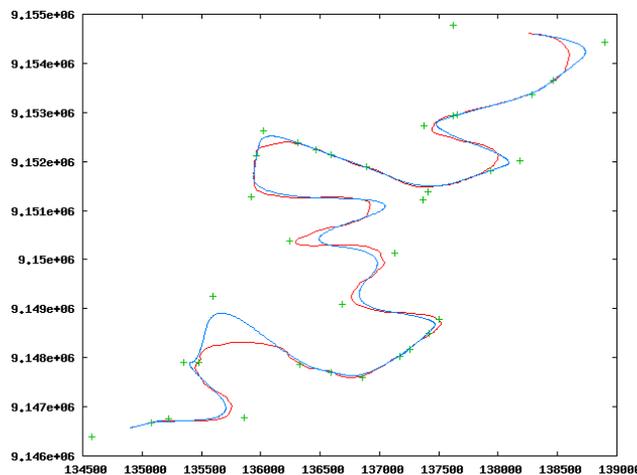


FIG. 11 – Meilleure approximation obtenue du *plug* : $k=4$, $m=14$

Ce résultat peut paraître assez satisfaisant mais, comme mentionné précédemment, les estimations de courbures et de tangentes sont particulièrement sensibles aux paramètres, si bien que de petites variations au niveau de ces paramètres peuvent engendrer des perturbations majeures sur la courbe retournée. Pour preuve, la séquence suivante, qui dresse une liste de graphiques correspondant à des courbes obtenues pour différentes valeurs des paramètres, va dans ce sens. On aura enfin relevé que l'exécution du programme avec un ordre de courbure très faible provoque des changements très fréquents du signe de la courbure, ce qui se traduit fatalement par des nombres de points de contrôle élevés dans ces cas-là.

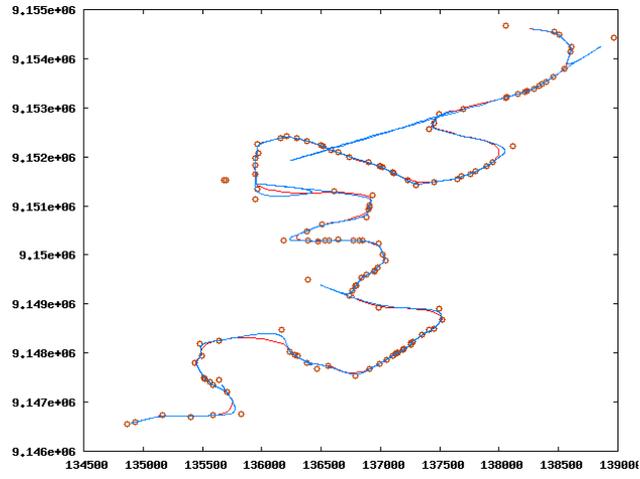


FIG. 12 – Approximation du *plug* pour $k=1$ et $m=1$ (130 points de contrôle)

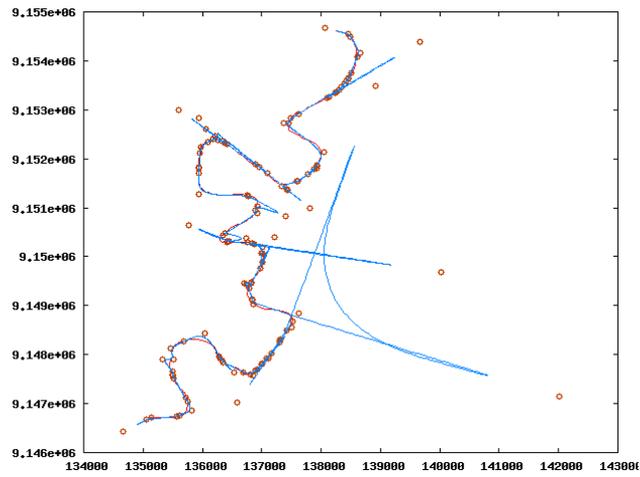


FIG. 13 – Approximation du *plug* pour $k=1$ et $m=14$ (130 points de contrôle)

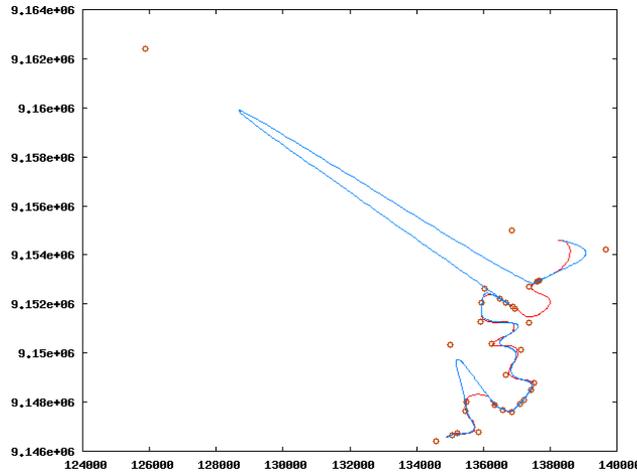


FIG. 14 – Approximation du *plug* pour $k=5$ et $m=14$ (33 points de contrôle)

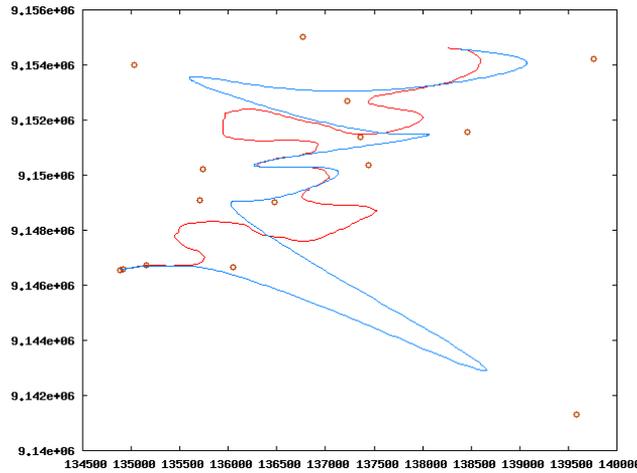


FIG. 15 – Approximation du *plug* pour $k=14$ et $m=4$ (17 points de contrôle)

3.3 Déformation de la courbe pour simuler la migration du chenal

3.3.1 Approche retenue

Maintenant que l'on a pu obtenir une approximation de la position finale du chenal par une courbe B-spline quadratique, l'objectif va consister à présent à remonter dans le temps, afin d'approcher les positions antérieures successives du chenal au cours de sa migration. L'idée générale qui semble naturellement s'imposer pour retranscrire cette évolution va consister à mettre les points de contrôle précédemment obtenus en mouvement, ce qui permettra de déterminer

de nouvelles courbes B-spline à partir des nouveaux points de contrôle (obtenus suite au déplacement des points de contrôle de la B-spline d'origine, vouée à approcher le *plug*).

La question qui se pose alors est d'imaginer la trajectoire qu'il faudrait spécifier aux points de contrôle pour définir leur mouvement. La solution qui a été finalement retenue pour obtenir les résultats les plus réalistes possible est la suivante : on se fixera dans un premier temps une distance de référence, puis on déterminera, pour chaque point de contrôle de la B-spline avoisinant le *plug*, sa projection orthogonale sur la courbe centrale du complexe. Ceci nous conduira à distinguer les deux situations possibles :

- soit la distance séparant le point de contrôle de sa projection orthogonale sur la courbe centrale est supérieure à la distance de référence initialement fixée, auquel cas on fera décrire au point de contrôle le segment de droite qu'il définit avec son projeté sur la ligne centrale du complexe ;
- dans le cas contraire, on introduira alors un troisième point, situé plus en amont sur la courbe, à une distance du point projeté telle que l'écart entre les deux distances considérées⁷ soit compensé, ce qui permettra ainsi de définir une courbe de Bézier de degré 2, laquelle constituera dès lors la trajectoire que sera amené à suivre le point de contrôle en question.

Une telle façon de procéder est justifiée par le fait que le premier chenal observé dans le temps aura plus ou moins tendance à se rapprocher de la ligne centrale du complexe, si bien que l'on dispose de deux états extrêmes dans l'évolution spatiale du chenal : sa situation finale d'une part, et le centre du complexe d'autre part, cette dernière position n'étant jamais atteinte. De même, le fait de discerner les deux situations précédemment décrites permettra de retranscrire un déplacement plutôt caractéristique de la migration latérale (points éloignés du centre du complexe) ou alors spécifique à la migration en profondeur (points suffisamment proches du centre du complexe).

Par ailleurs, il est à noter que le programme réalisant l'approximation du *plug* retourne généralement un nombre de points de contrôle assez important, si bien qu'il ne sera pas nécessaire de tous les conserver. En effet, si certains d'entre eux exercent une influence peu significative, d'autres en revanche sont susceptibles de venir perturber les résultats dès lors qu'ils seront mis en mouvement. C'est la raison pour laquelle il a été prévu de pouvoir supprimer arbitrairement un ensemble de points figurant dans le polygone de contrôle initialement retourné.

La problématique principale qui est en fait apparue dans cette partie du travail a été la manière de définir l'application qui réalise la projection orthogonale d'un point du plan sur une courbe. Une condition nécessaire et suffisante pour pouvoir dire d'un point qu'il est la projection orthogonale d'un autre point sur une courbe, consisterait à établir que la tangente à la courbe qui lui est issue est perpendiculaire avec la droite qu'il définit avec le point dont il est le projeté.

⁷ celle de référence et celle réellement observée

Cependant, on aura vite fait de relever que cette condition, aussi bien en théorie que dans la pratique, peut être vérifiée pour plus d'un point. Ainsi, outre les petits problèmes liés aux estimations de tangentes, va se poser un problème d'unicité pour le point projeté. Par ailleurs, il ne faut pas perdre de vue que l'on ne dispose pas d'équation pour la courbe sur laquelle doit se faire la projection, si bien que cette dernière ne peut pas vraiment être réalisée de manière directe.

Une fois l'ensemble de ces considérations prises en compte, on aboutit finalement à un algorithme dont voici la structure de manière très synthétisée :

- on calcule une estimation des normales en chaque point de la courbe,
- on détermine, pour chacune de ces droites, sa distance par rapport au point dont on souhaite réaliser la projection,
- on ne conserve ensuite qu'un nombre réduit de normales, celles qui sont les plus proches du point en question,
- à partir des normales qui ont été ainsi sélectionnées, on remonte ensuite aux points de la courbe dont elles sont respectivement issues, pour retenir finalement celui qui se trouve être le plus proche du point que l'on souhaitait projeter.

Ce point correspondra alors à l'image du point initial sur la courbe par la projection orthogonale telle que nous l'avons définie. Le calcul de la normale en un point de la courbe fait appel à la fonction qui réalise le calcul de la tangente, et nécessite donc la spécification de deux paramètres.

Mais pour pouvoir mettre cette méthode en oeuvre, encore faut-il connaître la ligne centrale du complexe. Or, nous sommes censés ne disposer, dans le cas général, que des deux bords délimitant le complexe.

L'idée consiste alors à déterminer la ligne médiane entre ces deux bords, pour obtenir une approximation de la courbe recherchée. Pour réaliser ceci, une première approche a consisté à projeter horizontalement les points de la première courbe sur les bords de segments formés par deux points consécutifs de la seconde courbe. On obtient ainsi une troisième courbe discrète présentant la même allure que la seconde et le même nombre de points que la première. Il ne reste ensuite plus qu'à déterminer les milieux successifs entre les couples de points de la première courbe et ceux de la courbe dernièrement calculée pour obtenir une approximation de la courbe médiane entre les deux courbes d'origine.

Néanmoins, on peut noter qu'une telle façon de procéder conduira à des résultats d'autant plus réalistes que les courbes seront proches de la verticale, ce qui n'est pas forcément le cas dans notre situation, du moins sur les parties inférieures des deux courbes. De même, on aura relevé que la projection parallèlement à l'axe des ordonnées est la plus adaptée dans le cas où les deux lignes s'apparentent à des courbes horizontales.

D'une manière générale, l'idéal serait d'avoir recours à une projection orthogonale, mais celle qui a été implémentée précédemment ne présente pas les garanties suffisantes en terme de fiabilité pour être utilisée ici. Il s'est finalement

avéré préférable de passer par une approche à la fois plus simple et conduisant à des résultats plus fiables en pratique : procéder à un rééchantillonnage.

L'idée est simple : elle consiste à augmenter la résolution des courbes dont on souhaite déterminer la courbe médiane, c'est-à-dire à faire augmenter le nombre de points qui les composent, tout en s'arrangeant à ce que les courbes rééchantillonnées possèdent le même nombre de points. Pour ce faire, deux fonctions intermédiaires ont été implémentées.

La première a pour vocation d'insérer, entre chaque couple de points consécutifs de la courbe initiale, un certain nombre⁸ de points situés à pas constant sur le segment défini par le couple de points considéré. Si l'on désigne par n le nombre de points de la courbe initiale et par k le nombre de points à insérer entre deux points consécutifs de cette même courbe, on aura ainsi ajouté $(n - 1).k$ points, soit un total de $n + (n - 1).k$ points pour la courbe rééchantillonnée.

Nous allons présenter dans ce paragraphe l'algorithme qui a été créé pour définir cette fonction. Nous savons déjà que l'ensemble des points appartenant à un segment d'extrémités $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ peut s'écrire sous la forme paramétrique suivante :

$$[A, B] = \left\{ \left(\begin{array}{l} (1 - t)x_A + tx_B \\ (1 - t)y_A + ty_B \end{array} \right) : t \in [0, 1] \right\}$$

Nous voulons donc insérer k points sur chaque segment de la courbe. Il s'agit donc de retrouver, pour chaque point que l'on voudra ajouter :

- d'une part, les deux points de la courbe initiale définissant le segment auquel il devra appartenir ;
- d'autre part, la valeur adéquate du paramètre t donnant les coefficients barycentriques de chacun de ces deux points.

Ces deux éléments ont alors pu être déterminés en ayant recours à la division euclidienne. En effet, en désignant par :

- a/b le quotient de la division entière de a par b ,
- $a\%b$ le reste de la division entière de a par b ,
- P_i le i^{eme} point de la courbe initiale,
- Q_j le j^{eme} point de la courbe rééchantillonnée,

la valeur adéquate pour le paramètre t sera $\frac{j\%k}{k+1}$ et le point devra être situé sur le segment défini par les points P_i et P_{i+1} où i prend la valeur j/k .

Nous allons montrer ici un exemple de résultats que peut produire cette fonction, à travers les Figures 16 et 17. Nous avons ainsi demandé à ce que soient insérés deux points entre deux points consécutifs du *plug* afin d'augmenter le nombre de points qui le composent. Pour une meilleure lisibilité du graphique, nous avons réalisé un zoom de la courbe.

⁸pouvant être choisi par l'utilisateur

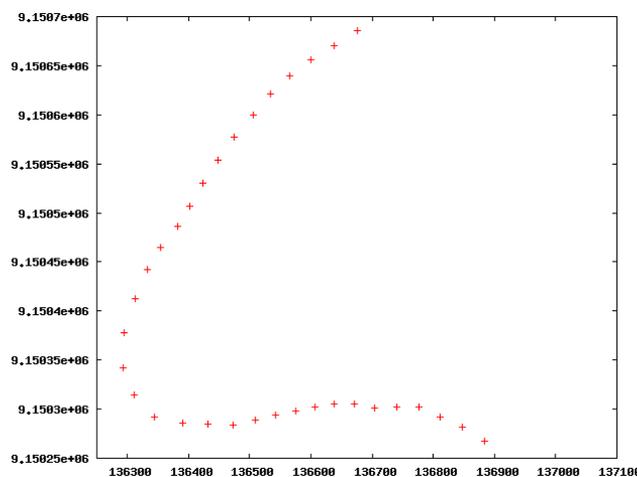


FIG. 16 – Zoom sur les points du *plug* relevés par la sismique

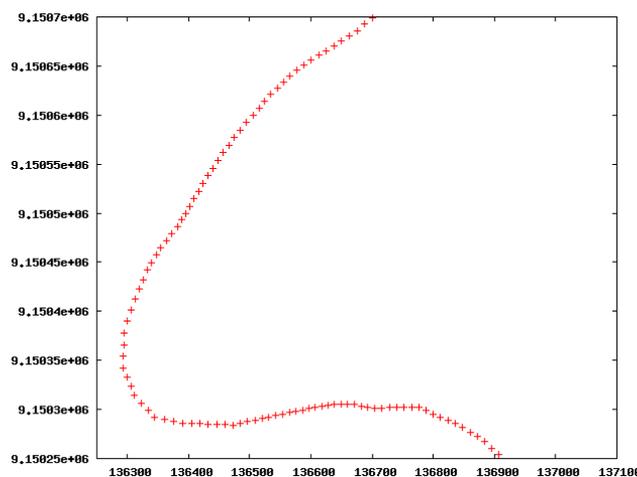


FIG. 17 – Rééchantillonnage de la courbe précédente

La seconde fonction permet, à l'inverse, de ne garder qu'un certain nombre de points d'une courbe donnée. Il est ainsi possible de ne retenir qu'un point sur deux (tour à tour, un point est conservé, le suivant est laissé de côté, et ainsi de suite), un point sur trois . . .

La composition de ces deux fonctions a ainsi permis d'en définir une troisième qui, à partir d'une courbe possédant un nombre quelconque de points, retourne une nouvelle courbe, présentant une allure très proche et dont le nombre de points peut être imposé par l'utilisateur. On notera enfin que cette fonction a été implémentée de sorte que si les points de la courbe initiale sont échantillonnés à

pas constant (ce qui n'est pas loin d'être le cas ici) cette propriété d'équidistance sera également vérifiée pour la nouvelle courbe.

Enfin, il est important d'apporter une dernière précision par rapport à ce qui a été énoncé précédemment. En réalité, ce n'est pas tout-à-fait sur la courbe centrale du complexe telle qu'elle a été calculée que l'on projette les points de contrôle, dans la mesure où l'on a appliqué entre temps un lissage à cette courbe. Le fait d'avoir eu recours à un lissage permet en effet d'obtenir des résultats plus fiables.

L'algorithme qui a donc été retenu pour lisser une courbe discrétisée fait intervenir un paramètre prenant des valeurs entières, et agit de la manière suivante :

- on sélectionne un nombre réduit de points de la courbe initiale, exactement de la même manière que lors de la seconde fonction intermédiaire permettant de réaliser le rééchantillonnage ;
- ces points constitueront dès lors les points de contrôle de la courbe B-spline quadratique associée, et cette dernière courbe constituera alors le résultat du lissage de la courbe originelle.

C'est donc au niveau de la sélection des points qu'intervient le paramètre : plus celui-ci prendra une valeur élevée, moins de points seront alors retenus, si bien que la spline associée aura tendance à être moins dépendante de la courbe initiale et présentera, par la force des choses, une allure plus lisse.

La Figure 18 représente ainsi une approximation de la courbe centrale du complexe (courbe verte) calculée selon le procédé qui vient d'être énoncé, à partir des deux bords de ce même complexe (courbes bleues). Etant donné que le bord de droite est constitué de 644 points et que celui de gauche en comprend 770, on a ramené le premier bord à 770 points (grâce à la fonction de rééchantillonnage) pour calculer la moyenne des deux courbes point par point. On a ensuite appliqué un lissage à la courbe moyenne pour obtenir finalement la courbe verte.

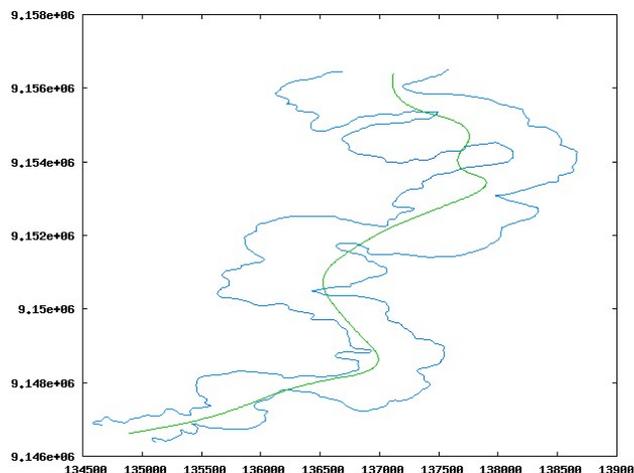


FIG. 18 – Approximation de la ligne centrale du complexe

Il semblerait qu'il existe en fait plusieurs variantes d'applications permettant de lisser une courbe par l'intermédiaire des B-spline, certaines thèses étant exclusivement consacrées à ce problème ouvert, parmi lesquelles figure celle d'Eric Saux. Cependant, le temps alloué pour réaliser ce projet, de même que certaines de mes connaissances, étant malheureusement limités, il n'a pas été possible de mettre en application la vaste partie théorique qui a été développée dans cette thèse. Ainsi, l'approche qui a été adoptée pour réaliser le lissage des courbes pourra paraître assez naïve pour certains ; ceci étant, elle conduit tout de même à des résultats relativement honorables.

3.3.2 Approches infructueuses

D'autres approches ont été testées avant celle-ci pour retranscrire la migration du chenal, mais n'ont pas pu être menées jusqu'à leur terme.

En particulier, il a été envisagé à un moment d'avoir recours à des changements de repères. A chaque point de contrôle aurait alors été associé un repère dont il est l'origine, et l'idée consistait ensuite à définir, sur chacun des repères, une fonction polynomiale du second degré qui approcherait la trajectoire du point de contrôle.

Ces changements de repères auraient été en fait obtenus par rotation et translation du repère initial ; il était donc nécessaire et suffisant de connaître, pour chaque changement de repère, l'angle de la rotation, puisque le vecteur de la translation coïncide avec les coordonnées du point de contrôle considéré. En effet, en désignant par θ l'angle de la rotation et par P l'origine du nouveau repère, l'expression d'un point de coordonnées (x, y) dans l'ancien repère devient alors :

$$\begin{cases} x' = (x - x_P) \cdot \cos \theta + (y - y_P) \cdot \sin \theta \\ y' = -(x - x_P) \cdot \sin \theta + (y - y_P) \cdot \cos \theta \end{cases}$$

Il suffisait alors de déterminer l'équation de la parabole de chaque repère, d'extraire un certain nombre de points de cette parabole⁹ puis d'exprimer ces points dans le repère originel, en retournant dans l'ancien repère grâce à l'application réciproque, définie par :

$$\begin{cases} x = x' \cdot \cos \theta - y' \cdot \sin \theta + x_P \\ y = x' \cdot \sin \theta + y' \cdot \cos \theta + y_P \end{cases}$$

Les fonctions permettant de passer d'un repère à l'autre, et réciproquement, ont donc été implémentées sans difficulté particulière. Le problème qui n'a pas permis de mener cette approche jusqu'à son terme se situe au niveau du calcul de l'angle θ . Ce calcul fait en effet intervenir la fonction de projection orthogonale d'un point sur une courbe, et comme celle-ci est très sensible aux petites perturbations dans les données, il arrive parfois qu'elle soit dans l'incapacité d'aboutir à des résultats satisfaisants, ce qui est le cas ici.

3.3.3 Résultats obtenus

Les résultats qui vont être exposés dans cette partie ont été obtenus en partant de la meilleure approximation du *plug*, c'est-à-dire pour un ordre de courbure k égal à 4 et un ordre de tangente m égal à 14. Nous avons par ailleurs supprimé, dès la première étape, 16 points de contrôle sur les 37 initialement retournés, certains ne présentant aucun intérêt car trop proches d'un autre point de contrôle, d'autres du fait qu'ils représentaient une nuisance. Nous avons ensuite réalisé plusieurs séquences de simulations, les simulations d'une même séquence étant associées à une même valeur dans le choix de la distance de référence précédemment évoquée.

Nous avons, dans cette première séquence, fixé la distance de référence à 700 mètres, puis simulé neuf courbes B-spline obtenues suite au mouvement des points de contrôle retenus ; les neuf courbes en question sont représentées sur la Figure 19.

⁹chacun de ces points étant relatif à une phase du chenal au cours de sa migration

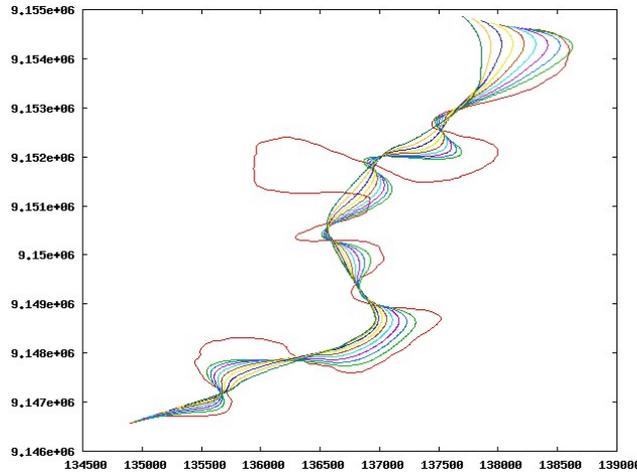


FIG. 19 – Migration simulée pour une distance de référence de 700m

On constate ainsi que cette distance permet bien de retranscrire la migration latérale, mais n'est pas suffisante pour obtenir l'aggradation verticale. On remarque expérimentalement, sur les données dont on dispose, que cette tendance se trouve plus ou moins vérifiée pour des distances de référence inférieures à 2000 mètres environ.

Par contre, au fur et à mesure de faire augmenter cette distance vers des valeurs plus élevées, on s'aperçoit que les courbes simulées ont tendance à reproduire la structure recherchée. La Figure 20 illustre ainsi la simulation de six courbes pour une distance de référence fixée à la valeur 3000 mètres.

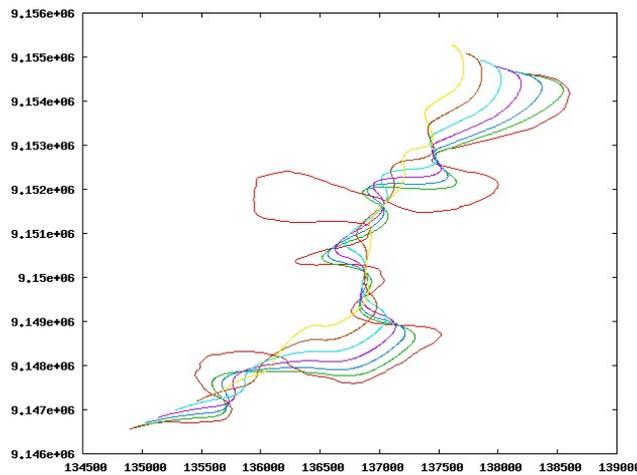


FIG. 20 – Migration simulée pour une distance de référence de 3000m

Contrairement à la situation précédente, on aura relevé que la migration ver-

ticale a donc pu être à peu près correctement retranscrite suite à l'augmentation de la distance de référence.

4 Difficultés rencontrées et améliorations futures

Si nous sommes finalement parvenus à obtenir des résultats plutôt réalistes, il n'en demeure pas moins que certains éléments sont venus perturber le déroulement du projet. De même, on notera que plusieurs améliorations des programmes restent possibles et sont à envisager. Certaines sont en passe d'aboutir, et devraient être effectives, espérons-le, dans des délais relativement courts.

4.1 Difficultés rencontrées

Parmi les principales difficultés rencontrées dans ce projet, on peut estimer que deux d'entre elles ressortent du lot : il s'agit de l'extrême sensibilité des résultats aux valeurs des paramètres d'une part, et de la longueur des calculs d'autre part, laquelle conduit parfois à des temps d'attente assez élevés lors de l'exécution de certains programmes.

4.1.1 Sensibilité des résultats aux paramètres

Comme on a pu le constater dans la section précédente, les résultats retournés par le programme conduisant à l'estimation du *plug* sont très sensibles aux valeurs des paramètres relatifs à l'estimation de la courbure et de la direction de la courbe en un point donné. Ceci contraint donc *a priori* l'utilisateur à tester plusieurs valeurs pour chacun des paramètres, et de voir lesquelles conduisent, dans chaque cas, aux résultats les plus acceptables. Nous verrons par la suite, dans la partie consacrée aux améliorations à venir, un moyen permettant de passer outre cette phase de tests, mais qui pourrait ne pas avoir que des conséquences positives lors de l'exécution du programme.

4.1.2 Longueur des calculs

Même si nous nous sommes efforcés à le réduire autant que possible tout au long du projet, le nombre élevé de calculs effectués par chacun des deux programmes principaux représente également un des aspects plutôt négatifs du travail réalisé. Le problème est que cette donne a non seulement des répercussions sur la vitesse d'exécution des programmes, mais il est également arrivé, alors qu'un des programmes n'était pas correctement optimisé, que ce dernier finisse par exploiter toutes les ressources du système, ce qui provoqua un plantage complet du système d'exploitation : au final, il ne restait plus que le fond d'écran, même la console Linux ayant disparu. . .

4.2 Améliorations futures

Les améliorations envisageables pour la simulation sur laquelle on travaille portent sur différents niveaux. Il serait donc notamment souhaitable que :

- les simulations se fassent de la manière la plus transparente possible pour l'utilisateur ;
- les temps d'exécution des programmes soient aussi courts que possible ;

– les résultats retournés aient l’air encore un peu plus réalistes.

4.2.1 Automatisation des tâches

Une automatisation des tâches serait souhaitable pour rendre le déroulement des programmes le plus transparent possible à l’utilisateur. Ainsi, afin que ce dernier n’ait pas à effectuer plusieurs tests dans le but de déterminer les valeurs idéales pour les paramètres lors de l’approximation du *plug*, un recours est envisageable. L’idée générale consiste à introduire un concept de distance entre deux courbes. Il s’agira d’abord de faire décrire aux deux paramètres¹⁰ un ensemble de valeurs, ensemble dont on présume qu’il contiendra le couple de valeurs optimales pour l’approximation du *plug*. Ensuite, pour chaque couple de valeurs des paramètres, on évaluera alors la distance séparant l’approximation du *plug* retournée au *plug* tel qu’il a été observé. Il suffira enfin de retenir l’approximation dont la distance avec la ligne réellement observée est la plus faible.

La manière dont a été définie la distance en question est relativement aisée à comprendre. Etant donné que l’on dispose d’une fonction permettant d’imposer un nombre de points voulu à une courbe, il s’agira, dans un premier temps, de faire en sorte que chaque courbe censée avoisiner le *plug* possède le même nombre de points que ce dernier. Par la suite, l’idée sera de parcourir simultanément les points des deux courbes¹¹, puis de calculer à chaque fois la distance euclidienne entre les deux points correspondants de chaque courbe. Il s’agira enfin de sommer l’ensemble de ces distances pour obtenir ce qui sera considéré comme la distance entre deux courbes discrètes. En désignant par P et Q deux courbes discrètes présentant un même nombre de points que l’on notera par n , et par d_2 la distance euclidienne dans \mathbb{R}^2 , la distance d entre les deux courbes sera ainsi définie par :

$$d(P, Q) = \sum_{i=1}^n d_2(P_i, Q_i)$$

La fonction permettant de calculer cette distance a été implémentée sans difficulté particulière, et semble retourner des résultats cohérents. Cependant, elle n’a pas encore été intégrée au programme dans la mesure où cela va faire augmenter le nombre de calculs de manière conséquente, et je soupçonne et appréhende fortement un nouveau plantage du système. En effet, si l’on veut tester une dizaine de valeurs pour chacun des deux paramètres, cela revient à faire tourner le programme d’approximation du *plug* une centaine de fois, si bien que le nombre de calculs sera multiplié par 100... Mais on peut tout de même espérer que sur des machines possédant une puissance significativement plus élevée, ce genre de problème ne se posera pas.

4.2.2 Optimisation des calculs

La réduction du nombre de calculs, justement, est une question qui revient de manière récurrente. Même si depuis le début du projet, il a été constamment

¹⁰ceux relatifs aux estimations de tangentes et de courbures

¹¹en prenant garde à ce que les deux parcours se fassent bien dans le même sens

de mise de parvenir aux résultats souhaités en un minimum de calculs, un passage en revue sera nécessaire dans l'optique de vérifier si certaines fonctions ne pourraient être améliorées de ce point de vue là.

4.2.3 Ajout d'une composante aléatoire dans la simulation

Afin d'aboutir à des résultats qui se rapprocheraient encore plus de la réalité, il est prévu de rajouter, pour la suite du projet, une composante aléatoire dans la simulation. Ceci permettra de faire en sorte que la modélisation prenne en considération les artéfacts qui sont généralement observés dans la nature.

4.2.4 Possibilité de généralisation de la méthode

Le modèle sur lequel sont basées les différentes simulations qui ont été réalisées est celui des courbes B-splines. Il existe cependant d'autres modèles, comme les modèles rationnels, proposés par Coons (1967) et Versprille (1975) dans des applications à la C.A.O. Dans ces modèles, les fractions rationnelles remplacent les fonctions polynômiales qui sont utilisées pour définir les courbes B-splines.

Parmi eux, le modèle NURBS (*Non Uniform Rational B-splines* - B-splines Rationnelles Non Uniformes) fait intervenir des coefficients pondérateurs qui sont des fractions comportant des B-splines associées à des vecteurs nodaux non uniformes, et généralise ainsi la notion de courbes B-splines. L'intérêt principal de ces modèles est d'offrir un paramétrage dépendant de facteurs supplémentaires, et d'augmenter ainsi les capacités de choix et de sélection de courbes. Les propriétés caractéristiques du modèle B-spline se retrouveront donc dans le modèle NURBS, mais d'autres propriétés spécifiques vont apparaître, parmi lesquelles la modélisation des coniques autres que la parabole, à savoir les cercles et les hyperboles.

5 Conclusion

D'un point de vue général, ce stage aura été l'occasion pour moi de découvrir un domaine qui m'était jusqu'à présent inconnu, celui de l'industrie pétrolière, et de prendre conscience de la diversité des compétences qui sont réunies au sein du groupe pour exploiter et valoriser les ressources naturelles.

Pour ce qui est du travail qui m'a été confié à proprement parler, celui-ci m'a permis d'une part d'étoffer mes compétences en informatique, principalement au niveau du langage de programmation C++, dont la complexité se situe dans le fait qu'il est relativement proche du langage machine, au contraire d'autres langages tels que Python, mais qui peuvent donner l'impression au développeur recherchant la facilité de se situer à un niveau d'abstraction élevé.

J'ai également pu, à l'occasion de ce stage, élargir mes connaissances mathématiques, à travers la modélisation géométrique et ses nombreuses applications.

J'espère enfin que les dernières semaines de stage qui me restent à effectuer me permettront d'améliorer autant que possible le travail qui a été réalisé pour le moment, en particulier le rajout de la composante aléatoire dans la simulation, puisque je suis très attiré par tout ce qui concerne les phénomènes que l'on suppose être aléatoires.